Fiche n°5 – Multiples et diviseurs

Multiples d'un entier naturel

Dans 56 = 7 x 8
56 est un multiple de 7 et de 8.
0 est multiple de tous les entiers.
Tout entier naturel est multiple de lui-même est multiple de 1.

A retenir

Si a et b sont des multiples de c
alors a + b, a – b, a x b sont aussi des multiples de c.

Si a est multiple de b alors tout multiple c de a est aussi multiple de b.

Diviseurs d'un entier naturel

Dans a = b x c
b est diviseur de a ou a est divisible par b
c est diviseur de a ou a est divisible par c

Tout entier naturel est diviseur de 0 et de lui-même. Il est aussi divisible par 1.

A retenir

Si c est un diviseur de a et de b alors il est diviseur de a +b et de a – b

Critères de divisibilité

Par 2	Le nombre doit se terminer par **0, 2, 4, 6 ou 8**
Par 3	La somme des chiffres du nombre doit être un **multiple de 3**
Par 4	Les deux derniers chiffres du nombre doivent composer un nombre divisible par 4 (exemple : 120)
Par 5	Le nombre doit se terminer par **0 ou 5**
Par 6	Le nombre doit être **divisible par 3 et par 2**
Par 9	La somme des chiffres du nombre est **divisible par 9**
Par 11	La différence entre la somme des chiffres des rangs impairs et la somme des chiffres des rangs pairs est un multiple de 11

Nombres pairs et impairs

Tout entier non divisible par 2 (non multiple de 2) est impair

La somme de deux nombres pairs est PAIRE
La somme de deux nombres impairs est PAIRE
Le produit de deux nombres pairs est PAIR
Le produit de deux nombres impairs est IMPAIR

Nombres premiers

Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible par aucun autre entier que 1 et lui-même

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, etc

Un entier naturel est soit premier, soit égal au produit de deux nombres premiers
→ décomposition (unique) en produit de facteurs premiers du nombre entier.

Exemple :
30 = 2 x 3 x 5
60 = 2 x 2 x 3 x 5 = 2^2 x 3 x 5

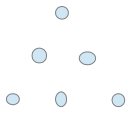
Nombres parfaits

Un nombre est dit parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs (autres que lui-même)

Exemple :
6 = 1 + 2 + 3
6 est un nombre parfait

Nombres triangulaires

1, 3, 6, 10, 15, 21, etc.



1 → 1
1 + 2 → 3
1 + 2 + 3 → 6
1 + 2 + 3 + 4 → 10
…

Théorème : la somme des n premiers entiers est égale à $\frac{n \times (n+1)}{2}$

Trouver des diviseurs et des multiples

Pour trouver les diviseurs d'un nombre entier, il faut connaître les critères de divisibilité d'un nombre (voir tableau plus haut)

Exemple :

120 = 1 x 120	

120 = 2 x 60	*Diviseurs de 120* : 1, 120, 2, 60, 3, 40, 4, 30, 5, 24, 6, 20, 8, 15, 10, 12 120 a donc 16 diviseurs
120 = 3 x 40	
120 = 4 x 30	
120 = 5 x 24	
120 = 6 x 20	
120 = 8 x 15	
120 = 10 x 12	

PGCD et PPCM

Exemple :
Trouver le plus grand diviseur commun de 4851 et 3465

PGCD (4851 ; 3465)

4851 = 3465 x 1 + 1386
3465 = 1386 x 2 + 693
1386 = 693 x 2 + 0

Le PGCD de 4851 et de 3465 est égal à 693.

A retenir

Formule pour calculer le PGCD de 3 nombres PGCD (a ; b ; c) = PGCD (PGCD (a ; b) ; c)

Pour calculer le PPCM de deux nombres, on effectue le produit de ces deux nombres, par exemple a et b, puis on divise par le PGCD de a et b.